

Olimpiada Națională de Matematică

Al treilea test de selecție pentru OBM – Juniori 25 mai 2003, Pitești

Subiectul 1

Se consideră dreptunghiurile $ABCD$ și $A EFG$ astfel încât punctele B, E, D, G să fie coliniare (în această ordine). Fie T punctul de intersecție al dreptelor BC și GF și H punctul de intersecție al dreptelor DC și FE .

Să se arate că punctele A, H și T sunt coliniare.

Subiectul 2

Fie a un număr natural nenul cu proprietatea că a^n are în scrierea zecimală un număr impar de cifre, oricare ar fi n număr natural.

Să se arate că numărul a este o putere pară a lui 10.

Subiectul 3

Să se arate că din orice mulțime de numere naturale nenule cu 2003 elemente se pot alege două numere distincte a căror sumă să nu dividă suma celorlalte elemente ale mulțimii.

Subiectul 4

Două pătrate de latură 1, având laturile paralele, se intersectează după un dreptunghi de arie $1/8$. Să se afle distanța minimă, respectiv maximă dintre centrele pătratelor.

Timp de lucru: 4 ore